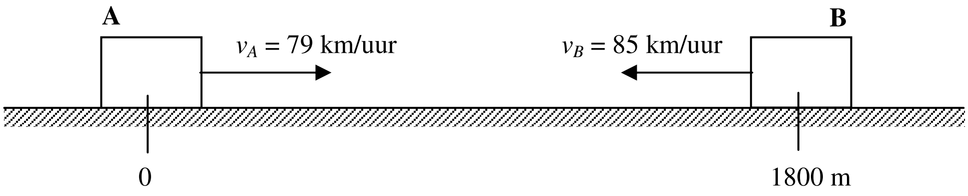
KeCo M.4.

Twee auto's A en B rijden over een rechte weg. Auto A heeft een snelheid van 79 km/uur en auto B heeft een snelheid van 85 km/uur. De auto's rijden elkaar tegemoet. Op een bepaald moment (*t* = 0 s) bedraagt de afstand tussen beide auto's 1,80 km.

a. Bereken het tijdstip waarop de auto's elkaar zullen passeren.

b. Bereken de afstand die beide auto's hebben afgelegd op het moment dat ze elkaar passeren.

a. – Eerst wordt een schets gemaakt van de gegeven situatie:



– snelheden: v_A = 79 km/uur = 21,9 m/s

v_B = 85 km/uur = 23,6 m/s

– plaatsfunctie van auto A: $x_A(t) = v_A \cdot t + x_A(0)$

$x_A(t) = 21{,}9 \cdot t$

– plaatsfunctie van auto B: $x_B(t) = v_B \cdot t + x_B(0)$

$x_B(t) = -23{,}6 \cdot t + 1800$

– als de auto's elkaar passeren geldt: $x_A(t) = x_B(t)$

$21{,}9 \cdot t = -23{,}6 \cdot t + 1800$

$45{,}5 \cdot t = 1800 \quad \rightarrow \quad t = \dfrac{1800}{45{,}5} = 40 \text{ s}$

b. – verplaatsing van auto A: $s_A(t) = v_A \cdot t = 21{,}9 \cdot 40 = 8{,}7 \cdot 10^2$ m

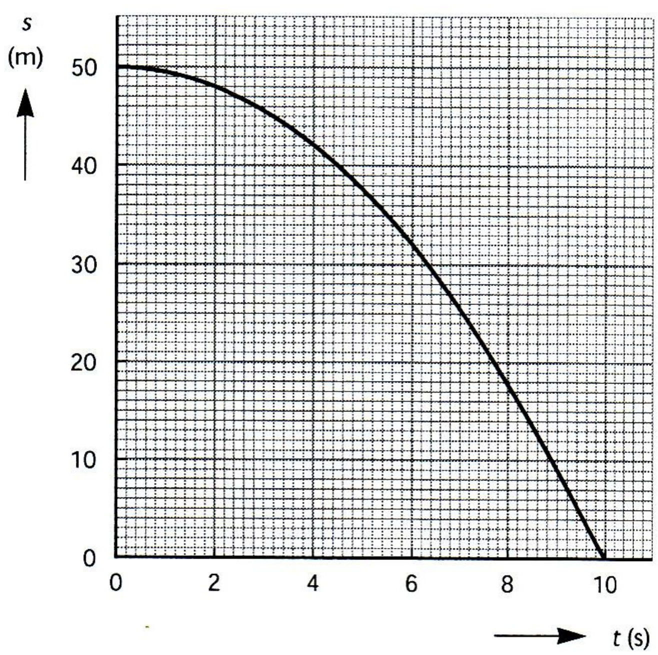
– verplaatsing van auto B: $s_B(t) = v_B \cdot t = 23{,}6 \cdot 40 = 9{,}3 \cdot 10^2$ m

KeCo M.6.

Gegeven is onderstaand (*s*,*t*)-diagram van een bewegend voorwerp.

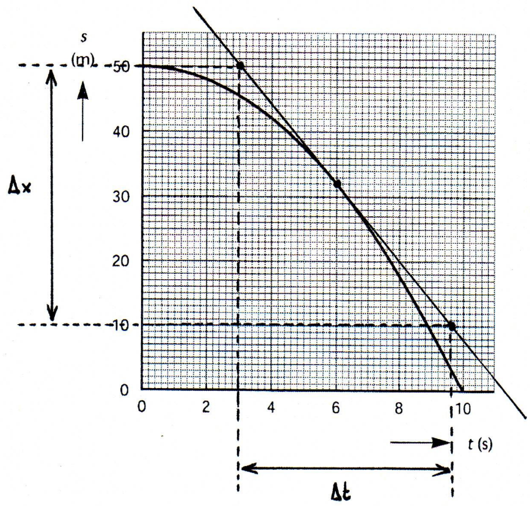
a. Bepaal de gemiddelde snelheid in het tijdsinterval van *t* = 2,0 s tot *t* = 8,0 s.

b. Bepaal de snelheid van het bewegende voor werp op tijdstip *t* = 6,0 s.



a. De positie van het bewegende voor werp op de tijdstippen t = 2,0 s en t = 8,0 s is af te lezen uit de grafiek. De gemiddelde snelheid kan dan berekend worden:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18-48}{8{,}0-2{,}0} = -5{,}0 \text{ m/s}$$

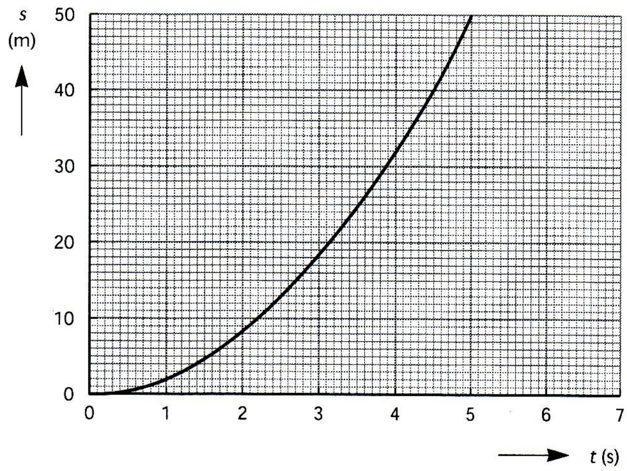


b. Eerst moet er een raaklijn worden getekend. Zie nevenstaande figuur. De richtingscoëfficiënt van deze raaklijn geeft de snelheid:

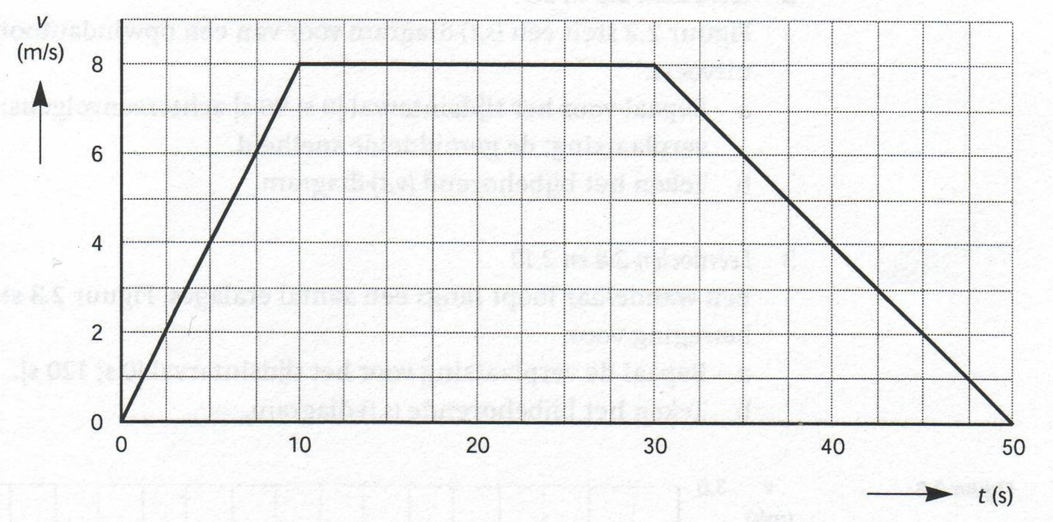
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10-50}{9{,}6-3{,}0} = -6{,}1 \text{ m/s}$$

KeCo M.7.

a. Gegeven is onderstaand (s,t)-diagram van een bewegend voorwerp. Teken het bijbehorende (v,t)-diagram. Noteer eventuele berekeningen overzichtelijk.



b. Gegeven is onderstaand (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp. Teken het bijbehorende (s,t)-diagram. Noteer eventuele berekeningen overzichtelijk. Voor grafiekenpapier z.o.z.



a. – Het hier gegeven (s,t)-diagram beschrijft een parabool en hoort daarom bij een eenparig versnelde beweging (een beweging met een constante versnelling).

– Het (v,t)-diagram dat hoort bij een eenparig versnelde beweging beschrijft een rechte lijn.

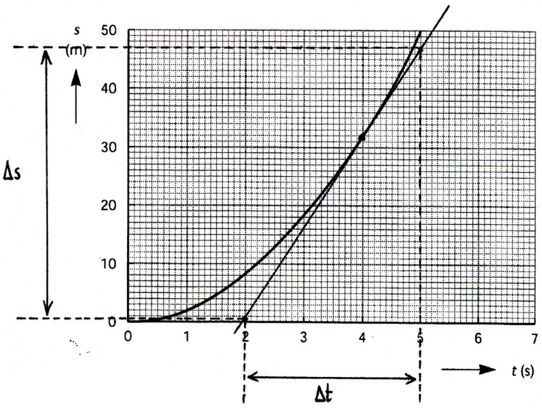
– Er zal op twee tijdstippen bepaald moeten worden wat de snelheid is van het bewegende voorwerp. Dit kan gerealiseerd worden door raaklijnen te tekenen aan het (s,t)-diagram. De richtingscoëfficiënt van die raaklijn geeft de snelheid op het tijdstip weer waarop de raaklijn getekend is.

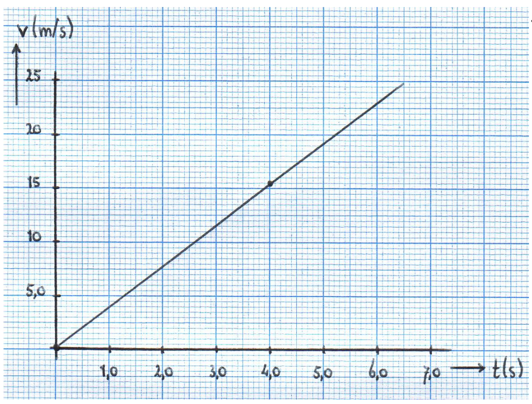
– De eerste raaklijn kan het beste getekend worden op tijdstip $t = 0$ s. Hier geldt namelijk een horizontale raaklijn. De richtingscoëfficiënt van deze raaklijn (en dus de snelheid) bedraagt 0 m/s.

– De tweede raaklijn kan getekend worden op (bijvoorbeeld) tijdstip $t = 4$ s. Zie nevenstaande figuur. De snelheid op dit tijdstip wordt dan bepaald door de richtingscoëfficiënt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{47 - 0{,}50}{5{,}0 - 2{,}0} = \frac{46{,}5}{3{,}0} = 15{,}5 \text{ m/s}$$



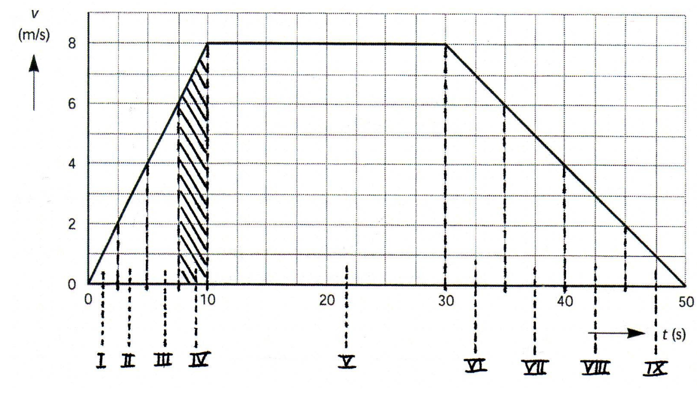


– Er zijn nu twee punten van het (v,t)-diagram bekend (op tijdstip $t = 0$ s en op tijdstip $t = 4{,}0$ s) en dus kan de rechte lijn getekend worden. Zie nevenstaande figuur.

b. – Bekend is dat het oppervlak onder een (v,t)-diagram gelijk staat aan de verplaatsing.

– Door de grafiek te analyseren kan worden vastgesteld dat er in het eerste tijdsinterval (van $t = 0$ s tot $t = 10$ s) sprake is van een eenparig versnelde beweging (het (s,t)-diagram wordt daar dus een dalparabool), in het tweede tijdsinterval (van $t = 10$ s tot $t = 30$ s) is er sprake van een eenparige beweging (het (s,t)-diagram beschrijft daar een rechte lijn) en in het laatste tijdsinterval (van $t = 30$ s tot $t = 50$ s) is de beweging weer eenparig versneld, maar nu met een negatieve versnelling (het (s,t)-diagram wordt daar dus een bergparabool).

– Zie onderstaande figuur voor de bepaling van de oppervlakken.



De oppervlakken (en dus de verplaatsingen), steeds bepaald vanaf tijdstip $t = 0$ s, zijn opeenvolgend:

$$s_I = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}0 = 2{,}5 \text{ m}$$

$$s_{II} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 4{,}0 = 10 \text{ m}$$

$$s_{III} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 6{,}0 = 22{,}5 \text{ m}$$

$$s_{IV} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8{,}0 = 40 \text{ m}$$

$$s_V = 40 + 20 \cdot 8{,}0 = 200 \text{ m}$$

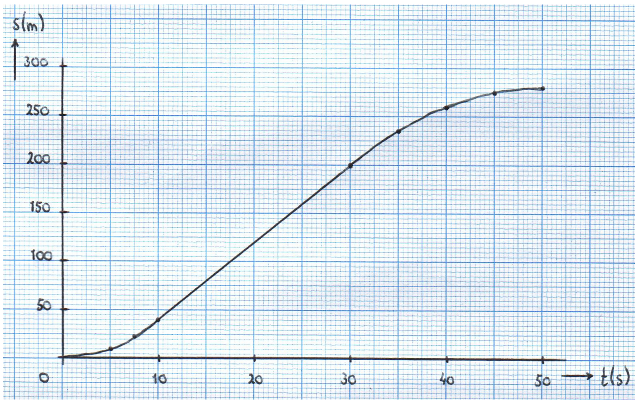
$$s_{VI} = 200 + 5{,}0 \cdot 6{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 2{,}0 = 235 \text{ m}$$

$$s_{VII} = 235 + 5{,}0 \cdot 4{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 2{,}0 = 260 \text{ m}$$

$$s_{VIII} = 260 + 5{,}0 \cdot 2{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 2{,}0 = 275 \text{ m}$$

$$s_{IX} = 275 + \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 2{,}0 = 280 \text{ m}$$

– Uitzetten van bovenstaande verplaatsingen tegen de tijd in een (s,t)-diagram levert onderstaand resultaat op:

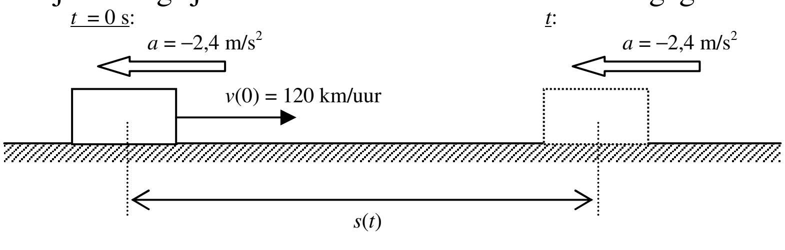


KeCo M.10.

a. Een auto rijdt met een snelheid van 120 km/uur. Op een gegeven moment ($t = 0$ s) drukt de bestuurder krachtig het rempedaal in waardoor de auto vertraagd met een “vertraging” van 2,4 m/s^2. Deze beweging mag beschouwd worden als een eenparig “versnelde” beweging. Bereken de remweg van de auto.

b. Een bepaald type vliegtuig moet minimaal een snelheid hebben van 154 km/uur om los te kunnen komen van de startbaan. Bij dit type vliegtuig lukt dit door eenparig versneld over de startbaan te rijden over een afstand van 580 m. Bereken de versnelling van het vliegtuig.

a. – Het is altijd belangrijk eerst een schets te maken van de gegeven situatie:



– De formules die bij deze opgave aan de orde zijn, zijn de formules voor de eenparig versnelde beweging:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v(0) \cdot t$$

$$v(t) = a \cdot t + v(0)$$

– De gegevens die bij deze opgave van belang zijn, luiden:

$a = -2{,}4 \text{ m/s}^2$

$v(0) = 120 \text{ km/uur} = 33{,}3 \text{ m/s}$

– Invullen van de gegevens in de formules levert de bewegingsvergelijkingen op voor deze situatie:

$$s(t) = -1{,}2 \cdot t^2 + 33{,}3 \cdot t$$

$$v(t) = -2{,}4 \cdot t + 33{,}3$$

– De remweg is de afstand die de auto aflegt tijdens het remmen. De eind-snelheid is dan dus 0 m/s:

$$v(t) = 0 = -2{,}4 \cdot t + 33{,}3$$

$$2{,}4 \cdot t = 33{,}3 \quad \rightarrow \quad t = \frac{33{,}3}{2{,}4} = 13{,}9 \text{ s}$$

– De remtijd is nu bekend en dus kan ook de remweg berekend worden:

$$s(13{,}9) = -1{,}2 \cdot (13{,}9)^2 + 33{,}3 \cdot 13{,}9 = 2{,}3 \cdot 10^2 \text{ m}$$

b. – Als het vliegtuig 580 m gereden heeft (eenparig versneld) bedraagt de snelheid 154 km/uur.

Dus, $s(t) = 580 \text{ m} \rightarrow v(t) = 154 \text{ km/uur} = 42{,}8 \text{ m/s}$

– De bewegingsvergelijkingen voor deze eenparig versnelde beweging zijn:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v(0) \cdot t \quad \rightarrow \quad 580 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t$$

$$v(t) = a \cdot t + v(0) \quad \rightarrow \quad 42{,}8 = a \cdot t$$

invullen

– Er ontstaat dan een situatie met twee vergelijkingen en twee onbekenden. Deze kan worden opgelost door de ene vergelijking in te vullen in de andere:

$$580 = \frac{1}{2} \cdot 42{,}8 \cdot t = 21{,}4 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{580}{21{,}4} = 27{,}1 \text{ s}$$

– Dus geldt er $v(27{,}1) = 42{,}8 \text{ m/s}$

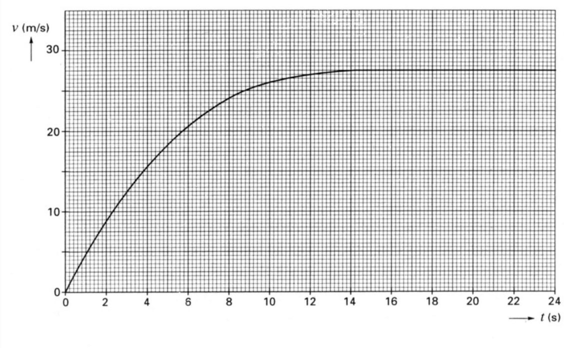
$$a \cdot 27{,}1 = 42{,}8 \quad \rightarrow \quad a = \frac{42{,}8}{27{,}1} = 1{,}58 \text{ m/s}^2$$

<u>KeCo M.11.</u>

a. Iemand laat vanaf de euromast (hoogte 185 m) in Rotterdam een steentje vallen. Bereken de snelheid waarmee het steentje de grond bereikt.

b. Als een parachutist (met gesloten parachute) is zijn/haar versnelling, vanwege niet te verwaarlozen, wrijvingskrachten niet gelijk aan de valversnelling. In onderstaande figuur staat het (*v,t*)-diagram weergegeven van een Bepaal:

– de versnelling van de parachutist nadat



deze 2,0 s gevallen is,
- de afstand waarover de parachutist gevallen na 20 s.

a. Een valbeweging is een eenparig versnelde beweging met een versnelling gelijk aan de valversnelling ($g = 9{,}81$ m/s^2).
- De plaatsfunctie voor een valbeweging luidt:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$185 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = 6{,}14 \text{ s}$$

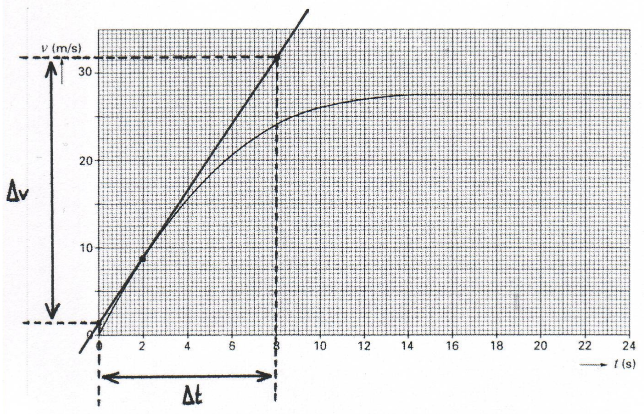
- Voor de snelheidsfunctie geldt:

$$v(t) = g \cdot t$$

$$v(6{,}14) = 9{,}81 \cdot 6{,}14 = 60{,}2 \text{ m/s}$$

b.
- In het eerste gedeelte van de beweging zal de parachutist sterk versnellen. In de loop van de tijd zal, deze versnelling steeds verder afnemen totdat er op tijdstip t = 14 s een constante snelheid bereikt wordt.
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan een (v,t)-diagram levert de versnelling op op een gegeven tijdstip. Hier wordt dus een raaklijn getekend op het tijdstip t = 2,0 s.
  De richtingscoëfficiënt van deze raaklijn is:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{31{,}7 - 3}{8{,}0 - 0} = 3{,}6 \text{ m/s}^2$$



- Het oppervlak onder een (v,t)- diagram geeft de afgelegde weg. Het oppervlak onder de grafiek moet dus bepaald worden van t = 0 s tot t = 20 s. Aangezien het eerste deel van dit oppervlak niet eenvoudig (en nauwkeurig) te bepalen is, wordt het benaderd door een driehoek. Het oppervlak tussen t = 14 s en t = 20 s is eenvoudiger te bepalen omdat het hier om een rechthoek gaat.
  Zie nevenstaande figuur.

$$s = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 38 + 6{,}0 \cdot 27{,}5 = 4{,}3 \cdot 10^2 \text{ m}$$