UITWERKINGEN Examentraining mechanica HAVO5-Na

1. Parachutist

a. Deze opgave kan worden opgelost aan de hand van de bewegingsvergelijkingen voor de eenparig versnelde beweging of door gebruik te maken van de wet van behoud van energie. Hier wordt gekozen voor de methode via de bewegingsvergelijkingen:

– Eerst kan de tijd berekend worden die het voorwerp valt:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$1600 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = 18{,}06 \text{ s}$$

– Vervolgens kan de snelheid op het aardoppervlak berekend worden:

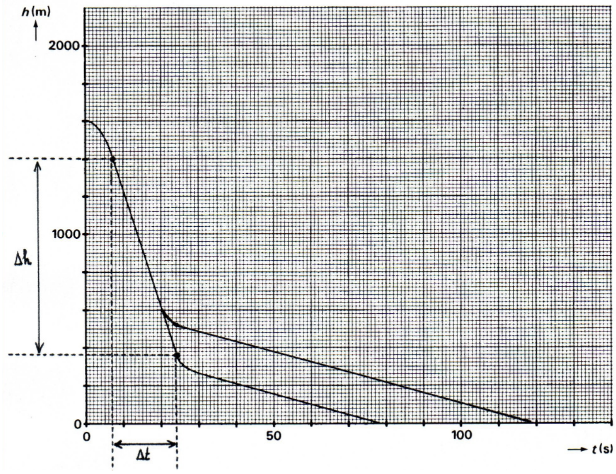
$$v(t) = g \cdot t$$

$$v(18{,}06) = 9{,}81 \cdot 18{,}06 = 177{,}2 \text{ m/s}$$

b. De parachutist heeft zijn grootste snelheid daar waar de richtingscoëfficiënt aan het (h,t)-diagram het grootst is. Dit is tussen de tijdstippen $t = 7$ s en $t = 24$ s.

c. De snelheid van de parachutist op tijdstip $t = 12$ s kan bepaald worden door de richtingscoëfficiënt van de grafiek te bepalen in de buurt van dit tijdstip. Dit levert op (zie nevenstaande figuur):

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{360 - 1420}{24 - 7} = -62{,}4 \text{ m/s}$$



d. Erg lastige vraag! Een gemiddelde wrijvingskracht kan berekend worden aan de hand van onderstaande methode:

– Eerst bepalen we de gemiddelde versnelling in de eerste 12 s. Zie hiervoor ook onderdeel c. Snelheden en versnellingen naar beneden gericht zijn positief gekozen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{62{,}4}{12} = 5{,}2 \text{ m/s}^2$$

– Op de parachutist werken tijdens zijn val twee krachten, de zwaartekracht en de wrijvingskracht. Deze krachten vormen samen de resulterende kracht. Deze resulterende kracht kan worden toegepast in de tweede wet van Newton:

$$F_r = m \cdot a$$

$$F_z - F_w = m \cdot a$$

$$m \cdot g - F_w = m \cdot a$$

$$90 \cdot 9{,}81 - F_w = 90 \cdot 5{,}2 \quad \rightarrow \quad F_w = 4{,}1 \cdot 10^2 \text{ N}$$ (gemiddelde wrijvingskracht in eerste 12 s van de beweging)

e. Op het moment dat de parachutist zijn parachute open trekt, zal zijn snelheid danig afnemen. De richtingscoëfficiënt aan het (*h,t*)-diagram zal dan ook minder worden. Dit gebeurt op het tijdstip $t = 24\ \text{s}$.

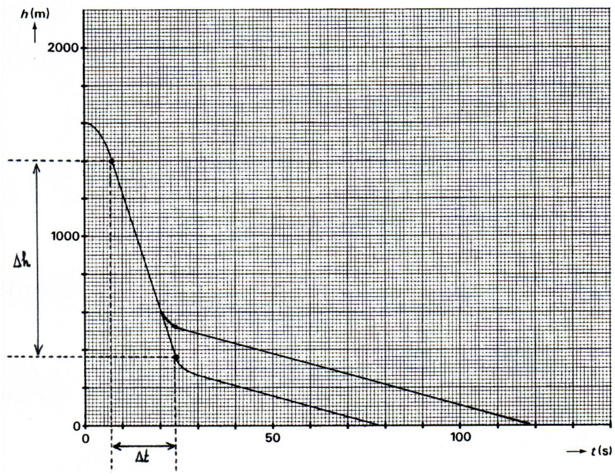
f. In de beweging van boven naar beneden geldt de wet van behoud energie. In het hoogste punt bezit de parachutist zwaarte-energie. Deze energie wordt onderweg naar beneden omgezet in kinetische energie. Daarnaast gaat er een hoeveelheid energie verloren vanwege wrijvingskrachten (arbeid verricht door de wrijvingskracht). In formulevorm luidt de wet van behoud van energie voor deze situatie:

$$E_{z,boven} = E_{k,beneden} + W_w$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W_w$$

$$90 \cdot 9{,}81 \cdot 1600 = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot (5{,}4)^2 + W_w \quad \rightarrow \quad W_w = 1{,}4 \cdot 10^6\ \text{J}$$

g. De parachute opent nu op tijdstip $t = 20\ \text{s}$. Vanaf dit moment zal de grafiek er hetzelfde uitzien als het oorspronkelijke diagram. De rechte lijn in de grafiek na opening van de parachute zal evenwijdig lopen aan de gegeven grafieklijn. Zie nevenstaande figuur.



2. <u>Remweg</u>

a. Er is sprake van een constante remvertraging (versnelling). De beweging is dus eenparig versneld (vertraagd).

– Toepassen van de snelheidsfunctie voor een eenparig versnelde beweging leidt tot de remtijd (de beginsnelheid moet wel worden omgerekend in m/s):

$$v(t) = a \cdot t + v(0)$$

$$0 = -7{,}5 \cdot t + 30 \quad \rightarrow \quad t = \frac{-30}{-7{,}5} = 4{,}0\ \text{s}$$

– Deze tijd kan worden ingevuld in de verplaatsingsfunctie voor een eenparig versnelde beweging:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v(0) \cdot t$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot -7{,}5 \cdot (4{,}0)^2 + 30 \cdot 4{,}0 = 60\ \text{m}$$

b. De remweg kan bepaald worden door één beginsnelheid in relatie tot de bijbehorende remweg nader te bekijken.

– Hier wordt gekozen voor: $v(0) = 25\ \text{m/s} \quad \rightarrow \quad s(t) = 46\ \text{m}$

– De rembeweging blijft een eenparig versnelde beweging. Er geldt dus:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v(0) \cdot t$$
$$v(t) = a \cdot t + v(0)$$

- Invullen van deze formules levert op:

$$46 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + 25 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t + 25 \cdot t$$
$$0 = a \cdot t + 25$$

- De snelheidsfunctie kan nu worden omgeschreven en worden ingevuld in de verplaatsingsfunctie:

$$a \cdot t = -25$$

- Wat rekenwerk levert dan de remtijd op:

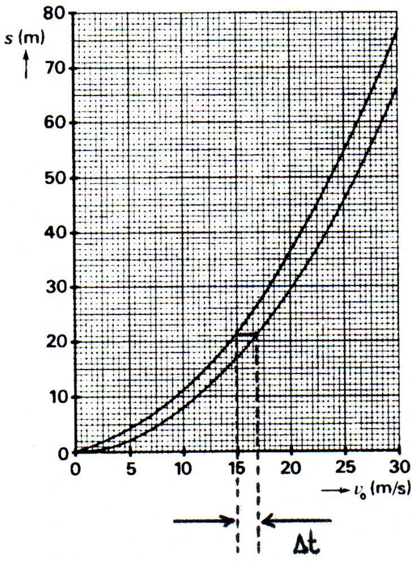
$$46 = \frac{1}{2} \cdot (-25) \cdot t + 25 \cdot t = 12{,}5 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{46}{12{,}5} = 3{,}68 \text{ s}$$

- Invullen van deze tijd in de snelheidsfunctie (of de verplaatsingsfunctie) levert de versnelling op:

$$0 = a \cdot 3{,}68 + 25 \quad \rightarrow \quad a = \frac{-25}{3{,}68} = -6{,}8 \text{ m/s}^2$$ (negatief want er is immers sprake van een vertraging)

c. De reactietijd is niets meer dan het tijdsverschil dat ligt tussen beide grafieklijnen. Het is aangegeven in nevenstaande figuur:

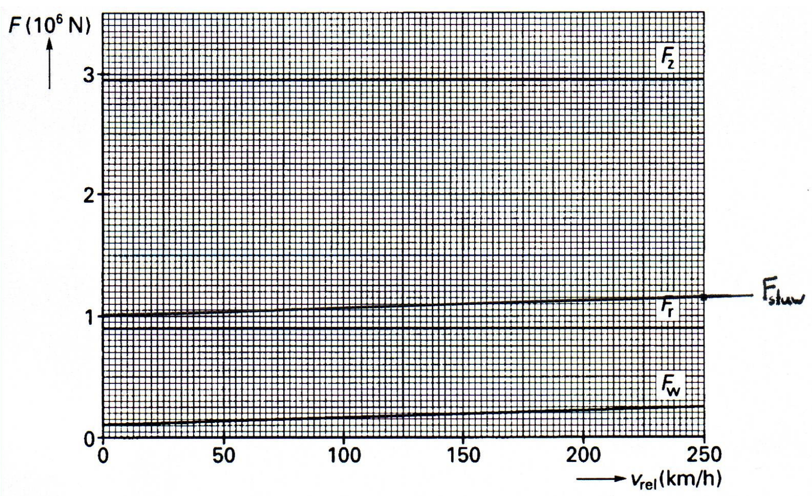
$\Delta t = 1{,}7$ s



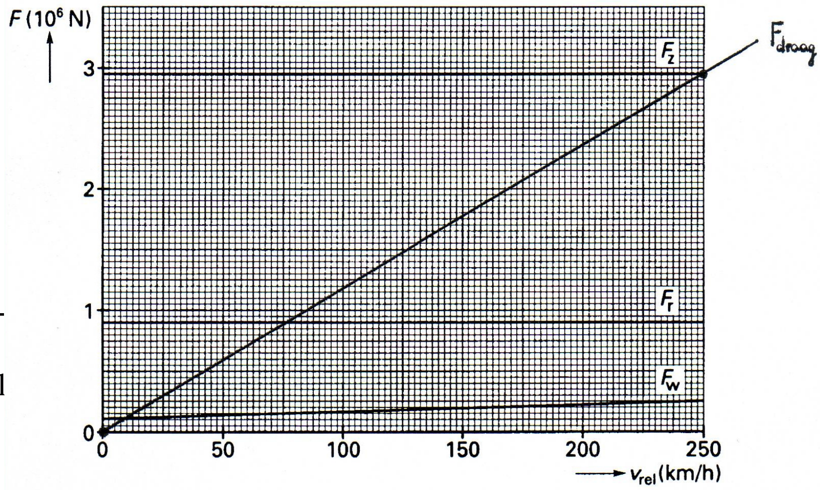
3. Startbaan

a. De resulterende kracht op het vliegtuig is te bepalen door de stuwkracht en de wrijvingskracht te combineren:

$$F_r = F_{stuw} - F_w \quad \rightarrow$$
$$F_{stuw} = F_r + F_w$$



b. De relatieve snelheid v_{rel} is recht evenredig met de draagkracht F_{draag}. Er moet dus een rechte lijn getekend worden. Als de relatieve snelheid gelijk is aan 0 km/uur zal de draagkracht gelijk zijn aan 0 N. Als de relatieve snelheid gelijk is aan 250 km/uur zal de draagkracht gelijk zijn aan de zwaartekracht (het vliegtuig zal vanaf dat moment immers opstijgen).



c. Er wordt gevraagd om de verhouding tussen de versnelling a en de valversnelling g.

Deze verhouding kan geschreven worden als: $\frac{a}{g}$

- Boven en onder de deelstreep wordt nu vermenigvuldigd met de massa m (de breuk verandert hierdoor niet):

$$\frac{a}{g} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g}$$

- In de factor onder de deelstreep $(m \cdot g)$ kan de zwaartekracht herkend worden $(F_z = m \cdot g)$. In de factor onder de deelstreep $(m \cdot a)$ kan de tweede wet van Newton herkend worden $(F_r = m \cdot g)$. De breuk kan dus worden uitgebreid tot:

$$\frac{a}{g} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{F_r}{F_z}$$

- Via de grafiek kan de verhouding nu berekend worden:

$$\frac{a}{g} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{F_r}{F_z} = \frac{0{,}90 \cdot 10^6}{2{,}95 \cdot 10^6} = 0{,}305$$

d. Deze opgave is op te lossen door goed naar de gegevens en de grafiek te kijken en te achterhalen met welke bekenden nieuwe gegevens berekend kunnen worden.

- Eerst moet de massa van het vliegtuig berekend worden:

$$F_z = m \cdot g$$

$$2{,}95 \cdot 10^6 = m \cdot 9{,}81 \quad \rightarrow \quad m = \frac{2{,}95 \cdot 10^6}{9{,}81} = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

- Via de tweede wet van Newton kan dan de versnelling van het vliegtuig worden berekend:

$$F_r = m \cdot a$$

$$0{,}90 \cdot 10^6 = 3{,}0 \cdot 10^5 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{0{,}90 \cdot 10^6}{3{,}0 \cdot 10^5} = 3{,}0 \text{ m/s}^2$$

- Bekend is dat het vliegtuig opstijgt bij een snelheid van 250 km/uur. Daarnaast is bekend dat de berekende versnelling constant is (de resulterende kracht en massa veranderen immers niet bij toenemende snelheid). Het vliegtuig voert dus een eenparig versnelde beweging uit. De snelheidsfunctie levert de tijd op die het vliegtuig nodig heeft om een snelheid van 250 km/uur te bereiken:

$$v(t) = a \cdot t + v(0)$$

$$69{,}4 = 3{,}0 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{69{,}4}{3{,}0} = 23{,}1 \text{ s}$$

- Met de verplaatsingsfunctie voor de eenparig versnelde beweging kan de startweg nu berekend worden:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v(0) \cdot t$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot 3{,}0 \cdot (23{,}1)^2 = 8{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}$$

e. In de opgave wordt voortdurend gesproken over de relatieve snelheid. Dit is de snelheid tussen het vliegtuig en de lucht. Bij tegenwind is deze relatieve snelheid groter. Hierdoor zal het vliegtuig sneller de noodzakelijke snelheid van 250 km/uur bereiken. De startweg zal dientengevolge korter worden.